

Глава 3

ОСОБЕННОСТИ ОРБИТАЛЬНЫХ ГИРОКОМПАСОВ С ЦИФРОВЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

3.1. Структурные схемы и передаточные функции при цифровом управлении

В эпоху современной научно-технической революции особая роль принадлежит микроэлектронике и электронным вычислительным машинам (ЭВМ), использование которых в системах управления обеспечивает резкое увеличение их качественных показателей. Особо эффективным здесь оказывается применение микропроцессорной техники [40]. Внедрение микропроцессоров в системы управления влечет за собой принципиальные изменения как их структуры, так и характеристик. Становятся возможными децентрализация управления, оптимизация процессов, использование систем с переменной структурой, внедрение самоконтроля систем и их резервирования.

Это связано с рядом особенностей микропроцессоров как элементов цифровых управляющих устройств, основными из которых являются программируемость и относительно большая вычислительная мощность, сочетающиеся с высокой надежностью, малыми габаритами, массой, энергопотреблением и стоимостью.

Значительная вычислительная мощность микропроцессоров и систем на их основе, величина которой в ближайшее время достигнет нескольких сотен миллионов операций в секунду, создает необходимые предпосылки для использования микропроцессоров в системах реальности времени.

Структурная схема гиросхемы с цифровым управлением изображена на рис. 3.1. Непрерывная часть ГО, т. е. объект управления (гиросхема), описывается системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\gamma} - \Omega\psi &= k_{10}u; \\ \dot{\psi} + \Omega\gamma &= k_{20}u. \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

Здесь γ — угол наклона гиросхемы по крену; ψ — угол рыскания; Ω — угловая скорость движения орбитального космического аппарата. Оба угла отсчитываются от текущей орбитальной системы координат. Управление гиросхемой ведется в функции

сигнала $u(t)$, который существует на выходе цифровой части — цифрового управляющего устройства ЦУУ.

Коэффициенты передачи k_{10} и k_{20} относятся к непрерывным элементам, находящимся в каналах управления (усилители, датчики моментов и др.).

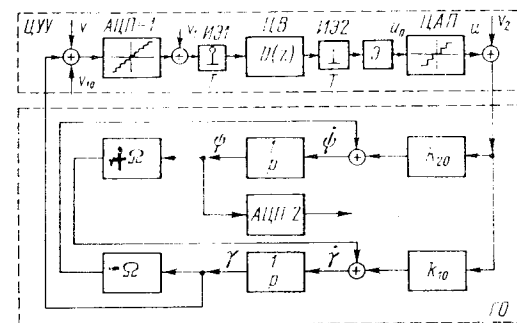


Рис. 3.1. Гиросхема с цифровым управлением

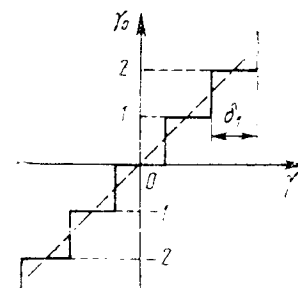


Рис. 3.2. Статическая характеристика аналого-цифрового преобразователя

Из формул (3.1) можно получить передаточные функции, связывающие изображения углов и сигнал управления.

Для канала крена

$$W_{10}(p) = \frac{\Gamma(p)}{U(p)} = \frac{k_{10}p + k_{20}\Omega}{p^2 + \Omega^2} \quad (3.2)$$

Для канала курса

$$W_{20}(p) = \frac{\Phi(p)}{U(p)} = \frac{k_{20}p - k_{10}\Omega}{p^2 + \Omega^2} \quad (3.3)$$

Здесь $\Gamma(p)$, $\Phi(p)$ и $U(p)$ — изображения угла крена, угла рыскания и управляющего сигнала.

К цифровому управляющему устройству относятся аналого-цифровой преобразователь АЦП-1, собственно цифровое вычислительное устройство ЦВ и цифроаналоговый преобразователь ЦАП. Кроме того, в цифровой части находятся два импульсных элемента. На входе ее действует импульсный элемент ИЭ1, преобразующий непрерывную функцию времени в решетчатую (дискретную), а на выходе — импульсный элемент ИЭ2, работающий совместно с экстраполятором Э. Импульсный элемент ИЭ2 образует на своем выходе последовательность коротких импульсов (δ -функций), которые превращаются экстраполятором в последовательность прямоугольных импульсов. Оба импульсных элемента работают с периодом T .

Аналого-цифровой преобразователь АЦП-1 превращает непрерывную величину (в данном случае угол) в число, т. е. в код, в соответствии с рис. 3.2. Ширина δ_1 каждой ступеньки

представляет собой цену младшего разряда АЦП. Если α_1 представляет собой число двоичных разрядов преобразователя, то число отличных от нуля уровней одной ветви статической характеристики будет

$$\mu_1 = 2^{\alpha_1} - 1 = \gamma_{\max}/\delta_1, \quad (3.4)$$

где γ_{\max} — максимальное значение входной величины.

При наличии второй ветви статической характеристики должен быть предусмотрен дополнительный знаковый разряд.

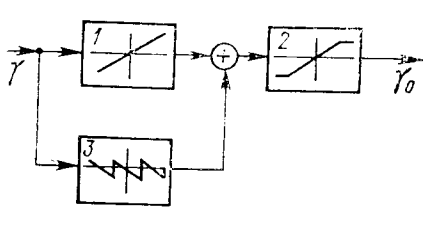


Рис. 3.3. Эквивалентное представление аналого-цифрового преобразователя

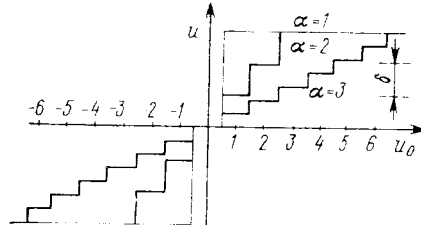


Рис. 3.4. Примеры статических характеристик цифроаналогового преобразователя

Показанную на рис. 3.2 статическую характеристику можно описать следующей формульной зависимостью:

$$\gamma_0 = E \left[\frac{\gamma}{\delta_1} + \frac{1}{2} \text{sign } \gamma \right], \quad (3.5)$$

где $E[\cdot]$ — целая часть числа в квадратных скобках.

Обычно производится линейризация статической характеристики, что показано на рис. 3.2 штриховой линией. Коэффициент передачи для такой линейризованной характеристики будет равен $1/\delta_1$.

После такой линейризации преобразователь может быть представлен в виде эквивалентной структурной схемы, изображенной на рис. 3.3, которая содержит линейные и нелинейные звенья. Звено 1 является линейным с коэффициентом передачи δ_1^{-1} . Звено 3 с пилообразной характеристикой соответствует нелинейной добавке, которую дает действительная характеристика преобразователя (см. рис. 3.2). Наклон каждого «зубца» характеристики равен $-\delta_1^{-1}$. Звено 2 соответствует ограниченно линейному звену с единичным коэффициентом передачи линейного участка и насыщением, которое будет иметь место во всех реальных преобразователях.

Аналого-цифровой преобразователь АЦП-2 (см. рис. 3.1) служит для преобразования угла рыскания ψ в цифровой код для дальнейшего использования его в цифровой системе управления космического орбитального аппарата. Его статическая

характеристика совпадает с характеристиками, изображенными на рис. 3.2 и 3.3. При этом, конечно, число разрядов α_2 и цена единицы младшего разряда δ_2 могут быть иными, чем в преобразователе АЦП-1.

Цифроаналоговый преобразователь ЦАП преобразует код, поступающий с цифрового вычислителя ЦВ, в непрерывную управляющую величину $u(t)$, которая затем через каналы с коэффициентами передачи k_{10} и k_{20} поступает на управление гироскопом (см. рис. 3.1).

Примеры статических характеристик преобразователя изображены на рис. 3.4. Характеристики отличаются друг от друга разным числом разрядов $\alpha=1$, $\alpha=2$ и $\alpha=3$ при одинаковом максимальном значении управляющей величины u_{\max} .

В отличие от входного преобразователя АЦП-1, который, как правило, имеет значительное число разрядов $\alpha_1 = 10 \div 20$, выходной преобразователь ЦАП обычно имеет меньшее число разрядов (в пределе $\alpha=1$).

Статическая характеристика ЦАП также может быть линейризована проведением средней линии. При этом коэффициент передачи линейризованной характеристики оказывается равным δ , где δ — цена единицы младшего разряда ЦАП, равная изменению его выходной величины при изменении цифрового кода на единицу.

Для линейризованного преобразователя может быть изображена эквивалентная схема, аналогичная изображенной на рис. 3.3. Она будет включать в себя линейное звено с коэффициентом передачи δ , нелинейное звено с пилообразной характеристикой и наклоном «зубца» (равным $-\delta$) и ограниченно-линейное звено.

Цифровое вычислительное устройство ЦВ, указанное на рис. 3.1, предназначено для реализации необходимых алгоритмов управления $D(z)$, обеспечивающих требуемые качества гироскопа по быстродействию, инвариантности, фильтрации и т. п., реализуя, например, фильтр Винера, Калмана или Баттерворта, спектральную обработку и т. п. Так как задачей настоящей главы является установление особенностей цифрового управления в гироскопировании, то в дальнейшем рассмотрении предполагается, что передаточная функция цифрового вычислителя равна единице, т. е. $D(z) = 1$.

На схеме, изображенной на рис. 3.1, показаны также помехи, действующие в гироскопе.

Помеха $v(t)$ может иметь разные причины своего появления. Если гироскоп не развязан от корпуса космического аппарата, или развязка сделана не полностью, то в канал управления будет проникать движение аппарата по крену. В случае использования для развязки гироскопа от корпуса построителя местной вертикали (инфракрасной, радиолокационной или иной)

в канал управления будут проникать помехи (шумы), присущие самому построителю вертикали.

Помеха $v_1(t)$ на выходе АЦП-1 представляет собой эквивалент в виде шума нелинейной добавки, которая генерируется звеном 3 на рис. 3.3. Эта помеха может быть пересчитана на вход АЦП-1 делением ее на коэффициент передачи линейной части преобразователя, т. е.

$$v_{10}(t) = \delta_1 v_1(t). \quad (3.6)$$

Более подробно эта помеха будет рассмотрена в п. 3.3.

Аналогичным образом на выходе АЦП-2 будет существовать помеха $v_2(t)$, представляющая собой шумовой эквивалент нелинейной добавки к линеаризованной статической характеристике преобразователя. Однако в отличие от помехи $v_1(t)$ эта помеха существует не всегда. Она будет иметь место, если в цифровом вычислителе и ЦАП не происходит округления, т. е. в вычислителе используются целочисленные алгоритмы обработки, а число разрядов ЦАП равно числу разрядов вычислителя.

Дискретная передаточная функция гиросорбиты с цифровым управлением в разомкнутом состоянии (место размыкания показано на рис. 3.1) будет равна произведению передаточных функций непрерывной части, т. е. собственно гиросорбиты, и цифровой части, содержащей преобразователи АЦП-1, ЦАП и цифровой вычислитель ЦВ.

Рассмотрим дискретную передаточную функцию канала крена гиросорбиты. Она определяется в соответствии с формулой

$$W_1(z) = \frac{z-1}{z^p} Z \{W_{10}(p)\} = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{W_{10}(p)}{p} \right\}. \quad (3.7)$$

Здесь комплексная величина $z = \exp(pT)$; T — период работы импульсных элементов и вычислителя; $(z-1)/(zp)$ — изображение прямоугольного импульса единичной высоты и продолжительностью T , генерируемого экстраполятором Э (см. рис. 3.1); $W_{10}(p)$ — непрерывная передаточная функция канала крена гиросорбиты; Z — символ z -преобразования непрерывной функции времени или ее изображения Лапласа.

В соответствии с формулой (3.2), имеем

$$W_1(z) = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{k_{10}p + k_2\Omega}{p(p^2 + \Omega^2)} \right\}. \quad (3.8)$$

Используя таблицы z -преобразований, можно определить

$$Z \left\{ \frac{k_{10}p + k_2\Omega}{p(p^2 + \Omega^2)} \right\} = \frac{k_{20}z}{\Omega(z-1)} + \frac{k_{10}z \sin \Omega T - k_{20}(z^2 - z \cos \Omega T)}{\Omega(z^2 - 2z \cos \Omega T + 1)}. \quad (3.9)$$

Так как всегда выполняется неравенство $\Omega T \ll 1$, то можно с большой степенью точности положить $\sin \Omega T \approx \Omega T$ и $\cos \Omega T \approx 1$. Тогда выражение (3.9) можно упростить

$$Z \left\{ \frac{k_{10}p + k_2\Omega}{p(p^2 + \Omega^2)} \right\} \approx \frac{z}{z-1} \left(\frac{k_{10}T}{z-1} + \frac{k_{20}\Omega T^2/2}{z-1} \right). \quad (3.10)$$

Подставляя (3.10) в (3.8), получаем дискретную передаточную функцию канала крена гиросорбиты

$$W_1(z) = \frac{k_{10}T + k_{20}\Omega T^2/2}{z-1} \approx \frac{k_{10}T}{z-1}. \quad (3.11)$$

Аналогичным образом может быть получена дискретная передаточная функция канала курса гиросорбиты

$$W_2(z) = \frac{k_{20}T - k_{10}\Omega T^2/2}{z-1} \approx \frac{k_{20}T}{z-1}. \quad (3.12)$$

Учитывая, что передаточная функция цифровой части при $D(z) = 1$ равна коэффициенту передачи двух преобразователей АЦП-1 и ЦАП, т. е. произведению $\delta_1^{-1}\delta$, получим дискретные передаточные функции каналов крена и курса разомкнутой гиросорбиты при цифровом управлении:

$$W_Y(z) = \frac{\delta}{\delta_1} W_1(z) = \frac{k_1T + k_2\Omega T^2/2}{z-1} \approx \frac{k_1T}{z-1}; \quad (3.13)$$

$$W_\Psi(z) = \frac{\delta}{\delta_1} W_2(z) = \frac{k_2T - k_1\Omega T^2/2}{z-1} \approx \frac{k_2T}{z-1}, \quad (3.14)$$

где $k_1 = k_{10}\delta/\delta_1$ — общий коэффициент усиления канала крена; $k_2 = k_{20}\delta/\delta_1$ — общий коэффициент усиления канала курса.

Дискретные передаточные функции цифровой гиросорбиты в замкнутом состоянии можно получить, рассматривая, например, помеху $v(t)$ в качестве входной величины. Тогда передаточная функция для крена будет

$$H_Y(z) = \frac{W_Y(z)}{1 + W_Y(z)} = \frac{k_1T + k_2\Omega T^2/2}{z-1 + k_1T + \Omega T^2} \approx \frac{k_1T}{z-1 + k_1T}. \quad (3.15)$$

Аналогичным образом для канала курса имеем

$$H_\Psi(z) = \frac{W_\Psi(z)}{1 + W_\Psi(z)} = \frac{k_2T - k_1\Omega T^2/2}{z-1 + k_1T + k_2\Omega T^2/2} \approx \frac{k_2T}{z-1 + k_1T}. \quad (3.16)$$

В более сложном случае, когда передаточная функция цифрового вычислителя $D(z) \neq 1$, передаточные функции могут быть записаны следующим образом:

для разомкнутой системы:

$$W_Y(z) = \frac{k_1T + k_2\Omega T^2/2}{z-1} D(z) \approx \frac{k_1TD(z)}{z-1}; \quad (3.17)$$

$$W_\Psi(z) = \frac{k_2T - k_1\Omega T^2/2}{z-1} D(z) \approx \frac{k_2TD(z)}{z-1}; \quad (3.18)$$

для замкнутой системы:

$$H_Y(z) = \frac{(k_1T + k_2\Omega T^2/2) D(z)}{z-1 + (k_1T + k_2\Omega T^2/2) D(z)} \approx \frac{k_1TD(z)}{z-1 + k_1TD(z)}; \quad (3.19)$$

$$H_\Psi(z) = \frac{(k_2T - k_1\Omega T^2/2) D(z)}{z-1 + (k_1T + k_2\Omega T^2/2) D(z)} \approx \frac{k_2TD(z)}{z-1 + k_1TD(z)}. \quad (3.20)$$

Полученные передаточные функции могут быть использованы для нахождения характеристик гироорбиты при цифровом управлении.

3.2. Устойчивость и периодические процессы

Существенное влияние на устойчивость цифровых систем управления оказывает величина периода дискретности T . Даже системы, описываемые дифференциальными уравнениями первого и второго порядка, при введении цифрового управления могут оказаться неустойчивыми.

Определение устойчивости может осуществляться по характеристическому уравнению системы. Оно представляет собой знаменатель передаточной функции замкнутой системы, приравненный нулю. В соответствии с полученными формулами (3.15) и (3.16) имеем

$$z - 1 + k_1 T + k_2 \Omega T^2 / 2 = 0. \quad (3.21)$$

В устойчивой системе все корни характеристического уравнения должны быть по модулю меньше единицы [12]. Для уравнения (3.17) единственный его корень должен удовлетворять неравенству

$$|z_1| = |1 - k_1 T - k_2 \Omega T^2 / 2| < 1. \quad (3.22)$$

Откуда может быть получено условие устойчивости

$$k_1 T + k_2 \Omega T^2 / 2 < 2. \quad (3.23)$$

Из (3.23) следует, что период дискретности должен удовлетворять неравенству

$$T < -\frac{k_1}{k_2 \Omega} + \frac{k_1}{k_2 \Omega} \sqrt{1 + \frac{4k_2 \Omega}{k_1^2}}. \quad (3.24)$$

Последнее условие при допущении, что $k_2 \Omega T^2 / 2 \approx 0$, приводит к неравенству

$$T < \frac{2}{k_1}, \quad (3.25)$$

которое обычно и может быть использовано.

В более сложном случае, когда $D(z) \neq 1$, из (3.19) и (3.20) может быть получено характеристическое уравнение

$$z - 1 + (k_1 T + k_2 \Omega T^2 / 2) D(z) = 0. \quad (3.26)$$

Если порядок этого уравнения превышает два, то расчет устойчивости оказывается затруднительным. В этом случае целесообразно от z -преобразования перейти к w -преобразованию, которое получается в результате подстановки:

$$z = \frac{1+w}{1-w}; \quad (3.27)$$

$$w = \frac{z-1}{z+1}. \quad (3.28)$$

Новая комплексная переменная w отличается тем, что все корни характеристического уравнения, в котором она использована, в случае устойчивости системы расположены в левой полуплоскости. Это позволяет делать расчет устойчивости без нахождения корней, пользуясь известными критериями устойчивости, например, критерием Гурвица.

Так для рассмотренного характеристического уравнения (3.21) при переходе к w -преобразованию на основе подстановки (3.27) имеем

$$(2 - k_1 T - k_2 \Omega T^2 / 2) w + k_1 T + k_2 \Omega T^2 / 2 = 0. \quad (3.29)$$

Для уравнения (3.29) необходимым и достаточным условием устойчивости является положительность всех коэффициентов, откуда сразу может быть записано неравенство (3.23).

Для расчета устойчивости возможно также использование частотных характеристик. Частотные передаточные функции разомкнутой системы могут быть получены двумя путями. Как известно, при переходе к частотным передаточным функциям необходимо сделать подстановку $p = j\omega$, где ω — угловая частота. Применительно к дискретным передаточным функциям это дает подстановку $z = \exp(j\omega T)$. В результате из формулы (3.13) можно получить выражение для частотной передаточной функции

$$W_v(e^{j\omega T}) = \frac{k_1 T + k_2 \Omega T^2 / 2}{e^{j\omega T} - 1} \approx \frac{k_1 T}{e^{j\omega T} - 1}. \quad (3.30)$$

Это передаточная функция может быть использована для расчета устойчивости, например, по критерию Найквиста.

В более сложных случаях при $D(z) \neq 1$ в формулах (3.29) и (3.30) должен быть учтен дополнительный множитель $D(e^{j\omega T})$.

Построим амплитудно-фазовую характеристику разомкнутой гироорбиты в соответствии с выражением (3.30). В результате подстановки $\exp(j\omega T) = \cos \omega T + j \sin \omega T$ оно может быть представлено в виде

$$W_v(e^{j\omega T}) = \frac{k_3 T}{\cos \omega T + j \sin \omega T - 1} = -\frac{k_3 T}{2} - j \frac{k_3 T \operatorname{ctg} \frac{\omega T}{2}}{2}, \quad (3.31)$$

где $k_3 = k_1 + k_2 \Omega T / 2$ — эквивалентный коэффициент усиления.

По выражению (3.31) на рис. 3.5 построена амплитудно-фазовая характеристика. В соответствии с критерием Найквиста, замкнутая система будет устойчива, если вертикальная прямая, соответствующая амплитудно-фазовой характеристике, будет расположена правее точки с координатами $(-1, j0)$. Отсюда следует уже полученное выше условие устойчивости $k_3 T = k_1 T + k_2 \Omega T^2 / 2 < 2$.

Частотные характеристики, построенные в результате подстановки $z = \exp(j\omega T)$, представляют собой периодические функции с периодом $\omega_0 = 2\pi/T$. Более удобны для исследования частотные характеристики в функции псевдо частоты $\lambda = 2 \operatorname{tg}(\omega T/2)/T$. Они могут быть получены из частотных передаточных функций, которые находятся в результате перехода от переменной z к переменной w при использовании подстановки (3.27), с последующей заменой $w = j\lambda T/2$. Таким образом, для исходной передаточной функции (3.13) имеем

$$W_v^*(j\lambda) = W_v\left(\frac{1+j\lambda T/2}{1-j\lambda T/2}\right) = \frac{k_3(1-j\lambda T/2)}{j\lambda} = -\frac{k_3 T}{2} - \frac{k_3}{j\lambda}, \quad (3.32)$$

где $k_3 = k_1 + k_2\Omega T/2$.

В полученном выражении не наблюдается периодичности. Формула (3.32) имеет обычный вид, удобный для исследования, в том числе и при использовании логарифмических частотных характеристик.

Амплитудно-фазовая характеристика, построенная по выражению (3.32), совпадает с изображенной на рис. 3.5. Отличие будет заключаться только в разных отметках обычной частоты ω и псевдо частоты λ на амплитудно-фазовой характеристике. Однако при

выполнении условия $\operatorname{tg} x \approx x$ обе частоты практически совпадают, т. е.

$$\lambda = \frac{2}{T} \operatorname{tg} \frac{\omega T}{2} \approx \omega. \quad (3.33)$$

Использование псевдо частоты оказывается особенно удобным в сложных случаях, когда $D(z) \neq 1$. Тогда

$$W_v^*(j\lambda) = \frac{k_3(1-j\lambda T/2)}{j\lambda} D\left(\frac{1+j\lambda T/2}{1-j\lambda T/2}\right). \quad (3.34)$$

При рассмотрении условий устойчивости гиросистемы, которые были здесь проделаны, предполагалось, что нет запаздывания в цифровом вычислителе. Наличие запаздывания может ухудшить условия устойчивости. В предельном случае запаздывание может составить один такт, т. е. время, равное периоду T . В этом случае в передаточные функции разомкнутой системы должен быть введен дополнительный множитель $z^{-1} = \exp(-pT)$. Тогда вместо формулы (3.13) получим для канала крена

$$W_v(z) = \frac{k_3 T}{z(z-1)}. \quad (3.35)$$

где $k_3 = k_1 + k_2\Omega T/2$.

Характеристическое уравнение в этом случае будет иметь вид

$$z^2 - z + k_3 T = 0. \quad (3.36)$$

Переход к w -преобразованию посредством подстановки (3.27) дает

$$(1+k_3)w^2 + (2-2k_3)w + k_3 T = 0. \quad (3.37)$$

Требование положительности всех коэффициентов уравнения (3.37) приводит к неравенству

$$k_3 T = k_1 T + k_2 \Omega T^2/2 < 1. \quad (3.38)$$

Отсюда может быть определен допустимый период дискретности

$$T < -\frac{k_1}{k_2 \Omega} + \frac{k_1}{k_2 \Omega} \sqrt{1 + \frac{2k_2 \Omega}{k_1^2}}. \quad (3.39)$$

При допущении, что $k_2 \Omega T^2/2 \approx 0$, получим для периода дискретности условие

$$T < \frac{1}{k_1}, \quad (3.40)$$

которое отличается от случая отсутствия запаздывания (3.25) и требует уменьшения значения T .

Расчет автоколебательных режимов в цифровых системах представляет довольно сложную задачу [12]. Однако при выполнении условия, что период дискретности является малым по сравнению с временем протекания переходных процессов, оценка их может быть сделана довольно просто, так как цифровая гиросистема приближается по своим свойствам к непрерывной.

В соответствии с методом гармонической линеаризации, оценка амплитуды и частоты возможных режимов автоколебаний может быть сделана по точке пересечения годографов линейной части (амплитудно-фазовой характеристики, построенной по передаточной функции разомкнутой системы) и нелинейной части. В гиросистеме с цифровым управлением в качестве нелинейного звена может рассматриваться ограниченно-линейное звено с коэффициентом передачи на линейном участке $k_3 = k_1 T + k_2 \Omega T^2/2$ (звено 2 на рис. 3.3) и максимальным значением угла тангенса γ_{\max} , при котором наступает насыщение канала управления. Амплитуда и частота автоколебаний определяется по отметкам амплитуды на годографе нелинейной части и отметкам частоты на годографе линейной части.

Коэффициент гармонической линеаризации ограниченно-линейного звена оказывается чисто вещественным и равным

$$q(A_v) = \frac{2k}{\pi} \left(\arcsin \frac{\gamma_{\max}}{A_v} + \frac{\gamma_{\max}}{A_v} \sqrt{1 - \frac{\gamma_{\max}}{A_v}} \right). \quad (3.41)$$

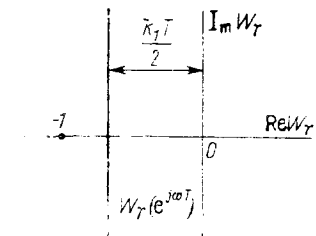


Рис. 3.5. Амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой гиросистемы

Подстановка значения передаточной функции замкнутой системы (3.55) дает

$$D_{1\gamma} = \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k_1^2 D_1 d\lambda}{|1 - k_1 T/2| j\lambda + k_1|^2} = \frac{k_1 T D_1}{2(1 - k_1 T/2)}. \quad (3.67)$$

где $D_1 = \delta_1^2/12$.

Аналогичным образом для угла курса можно получить

$$D_{1\psi} = \frac{T}{2\pi} \frac{k_2^2 D_1 d\lambda}{|1 - k_1 T/2| j\lambda + k_1|^2} = \frac{k_2^2 T D_1}{k_1(1 - k_1 T/2)}. \quad (3.68)$$

Из этих выражений видно, что снижение дисперсии ошибки может быть достигнуто уменьшением цены младшего разряда АЦП-1 и уменьшением периода дискретности.

Для выходного преобразователя ЦАП дисперсия дискретного белого шума при наличии округления может быть по аналогии записана в виде $D = \delta^2/12$, где δ — цена единицы младшего разряда. Этот шум может быть пересчитан на вход АЦП-1 делением на коэффициент передачи δ/δ_1 . Тогда дисперсия пересчитанного шума на входе АЦП-1 будет

$$D' = \left(\frac{\delta_1^2}{\delta}\right)^2 D = \frac{\delta_1^2}{12} = D_1. \quad (3.69)$$

Таким образом, учесть шум округления в ЦАП можно, удваивая дисперсию шума АЦП-1, т. е. вести расчет с учетом дисперсии шума, равной $2D_1$. Однако этот результат справедлив только в том случае, если на выходе цифрового вычислителя имеет место округление.

3.4. Выбор периода дискретности

Выше было показано, что величина периода дискретности существенным образом влияет на устойчивость цифровой гироскопа. Однако для ее нормальной работы требуется не только обеспечение устойчивости, но и наличие определенного запаса устойчивости, который гарантировал бы получение необходимых требований по качеству протекающих процессов.

Для этой цели служат известные критерии, по которым могут находиться требуемые параметры рассматриваемой системы. Наибольшее употребление нашло определение запаса устойчивости по переходной характеристике и по частотным свойствам.

Построение переходной характеристики в цифровых системах делается сравнительно просто. При подаче на вход системы (например, в точку приложения помехи $v(t)$) единичной ступенчатой функции $1(t)$, изображение которой

$$Z\left\{\frac{1}{p}\right\} = \frac{z}{z-1},$$

изображение выходной величины, например, угла крена, может быть получено как произведение.

$$\Gamma(z) = H_{\gamma}(z) \frac{z}{z-1} = \frac{b_0 z^m + \dots + b_m}{a_0 z^l + \dots + a_l}. \quad (3.70)$$

Переходная функция от дискретного времени $t = nT$ может быть получена разложением (3.70) в ряд Лорана (в ряд по убывающим степеням z). Это может быть, например, сделано делением числителя (3.70) на знаменатель

$$\Gamma(z) = c_0 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots \quad (3.71)$$

Коэффициенты при соответствующих степенях z представляют собой значения угла крена в дискретные моменты времени $t = nT$

$$\gamma[n] = c_0 \delta_0[n] + c_1 \delta_0[n-1] + c_2 \delta_0[n-2] + \dots, \quad (3.72)$$

где $\delta_0[n-i]$ — единичная импульсная функция, равная единице при $n=i$ и нулю при $n \neq i$.

Как и в непрерывных системах, запас устойчивости считается достаточным, если перегулирование в переходном процессе не превосходит 10—30 % от установившегося значения. Эта же переходная характеристика может служить и для определения быстродействия по времени завершения переходного процесса в линейной зоне.

Рассмотрим, например, простейший случай (3.70), когда $k_1 T = 1,3$. Тогда

$$\Gamma(z) = \frac{k_1 T}{z-1+k_1 T} \frac{z}{z-1} = \frac{1,3z}{z^2 - 0,7z - 0,3}.$$

Разложение последнего выражения в ряд Лорана дает

$$\Gamma(z) = 1,3z^{-1} + 0,912z^{-2} + 1,02z^{-3} + 0,987z^{-4} + \dots$$

При переходе к функции дискретного времени получаем

$$\gamma[n] = 0\delta_0[n] + 1,3\delta_0[n-1] + 0,912\delta_0[n-2] + 1,02\delta_0[n-3] + 0,987\delta_0[n-4] + \dots$$

Нетрудно видеть, что максимальное значение угла крена в переходном процессе составляет $k_1 T = 1,3$, что соответствует перегулированию в 30 %. Переходный процесс заканчивается практически за три такта.

Заметим, что в рассматриваемом случае оптимальным является такой выбор периода дискретности, при котором $k_1 T = 1$. Тогда для переходной функции получим

$$\gamma[n] = 0\delta_0[n] + 1\delta_0[n-1] + 1\delta_0[n-2] + 1\delta_0[n-3] + \dots$$

При этом перегулирования нет, а переходный процесс заканчивается за один такт. При $k_1 T > 1$ процесс получается колебательным, а при $k_1 T < 1$ — аperiodическим.

Для оценки запаса устойчивости и быстродействия могут использоваться и частотные методы. Наиболее удобно здесь использовать псевдочастоту, которая позволяет легко применять методы, разработанные для непрерывных систем [12], в частности, метод логарифмических частотных характеристик.

Так, например, оценка запаса устойчивости может делаться по показателю колебательности, который представляет собой

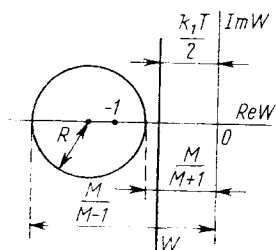


Рис. 3.7. К расчету запаса устойчивости

относительную высоту резонансного пика амплитудной частотной характеристики замкнутой системы. Рекомендуемые значения показателя колебательности лежат в пределах $M = 1,1 \div 1,5$.

Оценка запаса устойчивости замкнутой системы может делаться одновременно с расчетом устойчивости по критерию Найквиста (см. рис. 3.5) или по логарифмическим частотным характеристикам. Для того чтобы показатель колебательности M замкнутой системы не превышал бы заданного значения, амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы

не должна заходить в запретную зону, представляющую собой окружность радиуса $R = M/(M^2 - 1)$, центр которой находится на оси вещественных чисел и сдвинут влево от начала координат на величину $C = M^2/(M^2 - 1)$. Это показано на рис. 3.7. Там же построена амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы для простейшего случая, определяемого формулой (3.30).

Из рисунка следует, что для обеспечения заданного значения показателя колебательности должно выполняться условие $k_1 T \leq 2M/(M+1)$. В частности, для получения значения $M=1$ это условие дает $k_1 T=1$, что соответствует рассмотренному выше случаю оптимального выбора периода дискретности.

В более сложных случаях, например, при $D(z) \neq 1$, процедура обеспечения заданного показателя колебательности сохраняется, но амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы будет иметь более сложный вид.

Оценка времени переходного процесса в линейной зоне может делаться по частоте среза частотной передаточной функции разомкнутой системы, т. е. той частоте $\lambda_{ср}$, при которой модуль $|W^*(j\lambda_{ср})|=1$. Тогда при достаточном запасе устойчивости время переходного процесса $t_n \approx (1-2)\pi/\lambda_{ср}$.

Второй проблемой, кроме обеспечения необходимых запаса устойчивости и быстродействия, которую приходится решать при выборе периода дискретности, является ограничение дополнительных ошибок, связанных с квантованием по уровню и по времени. Как было показано в п. 3.3, все эти ошибки уменьшаются при снижении периода дискретности. Однако снижение

периода дискретности ограничено необходимостью решения всех задач, которые возлагаются на цифровой вычислитель. Поэтому окончательный выбор периода дискретности может быть сделан в результате сравнения возможных вариантов построения цифровой гиоробиты с учетом всех решаемых задач по управлению гиоробитой, контролю ее состояния, резервированию отдельных элементов и блоков, предстартовой подготовке и др. Для всех этих вариантов должно быть просчитано необходимое вычислительное время решения, определен возможный период дискретности и суммарные ошибки, вызванные квантованием по уровню и по времени, а также иные ошибки, присущие гиоробите и не связанные с цифровым характером управления. Сравнение вариантов по результирующим основным характеристикам гиоробиты должно быть положено в основу окончательного выбора периода дискретности.